

Câu I (2,0 điểm) Cho hàm số $y = x^4 + 2(m-2)x^2 + m^2 - 5m + 5$ (C_m)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số với $m = 1$.
2. Tìm m để (C_m) có các điểm cực đại, cực tiểu tạo thành 1 tam giác vuông cân.

Câu II (2,0 điểm)

1. Giải PT sau: $\frac{\cos^2 x \cdot (\cos x - 1)}{\sin x + \cos x} = 2(1 + \sin x)$.
2. Giải PT sau: $9^x \cdot 3^{\sqrt{2x-1}} - 3^{2x} \cdot 3^{-x^2+3x-1} - 3^{\sqrt{2x-1}} + 3^{-x^2+3x-1} = 0$.

Câu III (2,0 điểm)

1. Cho hàm số $f(x) = x \ln x - x \ln 5$, . Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[1; 5]$
2. Tìm m để hệ PT sau : $\begin{cases} (y+1)x^2 + xy = m(x+2) \\ x+y = m \end{cases}$ có ít nhất hai nghiệm.

Câu IV (3,0 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có diện tích bằng $\frac{3}{2}$, $A(2; -3)$, $B(3; -2)$. Tìm tọa độ điểm C, biết điểm C nằm trên đường thẳng $d: 3x - y - 4 = 0$.
2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: x - 7y + 10 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm thuộc đường thẳng $d': 2x + y = 0$ và tiếp xúc với đường thẳng d tại $A(4; 2)$.
3. Cho lăng trụ đứng $ABCA_1B_1C_1$ có $AB = a$, $AC = 2a$, $AA_1 = 2a\sqrt{5}$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Gọi M là trung điểm của cạnh CC_1 . Tính thể tích khối tứ diện AA_1BM và khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng (A_1BM) .

Câu V (1,0 điểm) Cho $x, y, z \geq 0$. Tìm GTLN của: $M = \frac{1}{x+y+z+1} - \frac{1}{(x+1)(y+1)(z+1)}$.

-----**Hết**-----

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

ĐÁP ÁN, THANG ĐIỂM ĐỀ THI THI THỬ ĐẠI HỌC MÔN TOÁN Khối A,B,D

Câu	Nội dung	Điểm																		
I	<p>1 (1 điểm). Khi $m = 1$ hàm số trở thành: $y = x^4 - 2x^2 + 1$</p> <p>* TXĐ: \mathbb{R}.</p> <p>* Sự biến thiên:</p> <p>- Chiều biến thiên: $y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1)$; $y' = 0 \Leftrightarrow x=0$ hoặc $x = \pm 1$</p> <p style="padding-left: 40px;">Hàm số đồng biến trên $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$; nghịch biến trên $(-\infty;1)$ và $(0;+\infty)$</p>	0,25																		
	<p>- Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$; $y_{CD} = 1$</p> <p style="padding-left: 40px;">Hàm số đạt cực tiểu tại hai điểm $x = -1$ và $x = 1$; $y_{CT} = y(\pm 1) = 0$</p> <p>- Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^4 \left(1 - \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^4}\right) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^4 \left(1 - \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^4}\right) = +\infty$</p>	0,25																		
	<p>- Bảng biến thiên:</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y'</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">+</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> </table> <p style="text-align: center; margin-top: 10px;"> </p>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'	-	0	+	0	+	y	$+\infty$	0	1	0	$+\infty$	0,25
	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$														
	y'	-	0	+	0	+														
y	$+\infty$	0	1	0	$+\infty$															
<p>* Đồ thị</p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;"> </div>	0,25																			
<p>2. (1 điểm) Hàm số có CD, CT khi ... $m < 2$.</p>	0,5																			
<p>Toạ độ các điểm cực trị là: $A(0; m^2 - 5m + 5)$, $B(\sqrt{2-m}; 1-m)$, $C(-\sqrt{2-m}; 1-m)$</p>	0,25																			
<p>Tam giác ABC luôn cân tại A $\Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A khi $m = 1$.</p>	0,25																			
II	<p>1. (1 điểm) ĐK: $x \neq \frac{-\pi}{4} + k\pi$</p>	0,25																		
	<p>PT $\Leftrightarrow (1 + \sin x)(1 - \sin x)(\cos x - 1) = 2(1 + \sin x)(\sin x + \cos x)$</p>	0,25																		
	<p>$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 + \sin x = 0 \\ \sin x + \cos x + \sin x \cos x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + \sin x = 0 \\ (1 + \sin x)(\cos x + 1) = 0 \end{cases}$</p>	0,25																		
	<p>$x = \pi + k2\pi, x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, \dots$ Kết luận.</p>	0,25																		
	<p>2. (1 điểm) ĐK: $x \geq \frac{1}{2}$</p>	0,25																		

	$\text{Biến đổi PT} \Leftrightarrow \left(3^{\sqrt{2x-1}} - 3^{-x^2+3x-1} \right) \left(3^{2x} - 1 \right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{\sqrt{2x-1}} - 3^{-x^2+3x-1} = 0 \\ 3^{2x} - 1 = 0 \end{cases}$	0,25
	Giải pt $3^{2x} - 1 = 0, 3^{\sqrt{2x-1}} - 3^{-x^2+3x-1} = 0$	0,5
III	1.(1 điểm) Hàm số XĐ trên $[1;5]$	0,25
	Tính $f'(x) = \ln \frac{ex}{5}, f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{e}$	0,25
	Lập BBT tìm được $\min_{[1;5]} f(x) = -\frac{5}{e}$	0,5
	2.(1 điểm) Hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} (y+1)x^2 + xy = m(x+2) \\ y = m-x \end{cases} \Rightarrow \dots \Rightarrow -x^3 + mx^2 - 2m = 0$	0,25
	Xét hàm số $f(x) = -x^3 + mx^2 - 2m$ có TXĐ \mathbb{R}	
	$f'(x) = -3x^2 + 2mx, f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = \frac{2m}{3}$	0,25
	Hàm số có cực trị với mọi $m \neq 0$ Đề hệ có ít nhất 2 nghiệm thì $f(x) = 0$ phải có ít nhất hai nghiệm với $m \neq 0$	0,25
	\Rightarrow đồ thị $f(x)$ phải cắt trục hoành tại ít nhất hai điểm $\Rightarrow f_{CD} f_{CT} \leq 0 \Leftrightarrow f(0) \cdot f\left(\frac{2m}{3}\right) \leq 0$ $\Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow m \geq \frac{3\sqrt{3}}{2}$	0,25
<p>* Chú ý: Có thể tìm m để $-x^3 + mx^2 - 2m = 0$ (*) có ít nhất hai nghiệm bằng cách cô lập m ở PT (*) như sau:</p> <p>+ Với $x = \pm\sqrt{2}$ không có GT m thỏa mãn.</p> <p>+ Với $x \neq \pm\sqrt{2}$ ta có (*) $\Leftrightarrow m = \frac{x^3}{x^2 - 2}$. Từ đây xét $g(x) = \frac{x^3}{x^2 - 2}$, lập BBT tìm được m</p>		
IV	1.(1 điểm) + Lập PT đường thẳng AB: $x - y - 5 = 0$, Tính được $AB = \sqrt{2}, d(C; AB) = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ (1)	0,5
	+ Giả sử $C(t; -4 + 3t) \in d. \Rightarrow d(C, AB) = \frac{ 2t+1 }{\sqrt{2}}$ (2) Từ (1,2) suy ra $t = 1$ hoặc $t = -2$ từ đây suy ra $C(-2; -10)$ hoặc $C(1; -1)$.	0,5
	<p>* Chú ý: có thể trình bày theo cách sau:</p> <p>Ptts của d: $\begin{cases} x = t \\ y = -4 + 3t \end{cases}$. Giả sử $C(t; -4 + 3t) \in d$.</p> $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} \sqrt{AB^2 \cdot AC^2 - (AB \cdot AC)^2} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \sqrt{4t^2 + 4t + 1} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = 1 \end{cases}$ <p>$\Rightarrow C(-2; -10)$ hoặc $C(1; -1)$.</p>	
	2.(1 điểm) + Lập được PT đường thẳng d' qua A và vuông góc với d: $d': 7x + 3y - 30 = 0$	0,25
+ Xác định được tâm $I(6; -12)$; Bán kính $R = 10\sqrt{2}$,		0,5

	Từ đây lập PT đường tròn.	0,25
	3. (1 điểm) Hình chóp $MABA_1$ và $CABA_1$ có chung đáy là tam giác ABA_1 và đường cao bằng nhau nên thể tích bằng nhau. $V = V_{AA_1BM} = V_{CABA_1} = \frac{1}{3}AA_1.S_{ABC} = \frac{1}{3}a^3\sqrt{15}$	0,5
	+ Khẳng định được tam giác MBA_1 vuông tại M, Tính được diện tích MBA_1	0,25
	$\Rightarrow d(a, (MBA_1)) = \frac{3V}{S_{MBA_1}} = \frac{6V}{MB.MA_1} = \frac{a\sqrt{5}}{3}$	0,25
	<p>* Chú ý: HS có thể tính trực tiếp thể tích khối tứ diện như sau:</p> <p>$V = V_{AA_1BM} = V_{BAMA_1}$</p> <p>+ Trong (ABC) kẻ $BH \perp AC \Rightarrow BH \perp (AA_1M)$. Ta có</p> $BH = AB \sin \widehat{BAH} = AB \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ <p>+ Tính diện tích $S_{AA_1M} = S_{ACC_1A_1} - S_{AMC} - S_{A_1MC_1} = S_{ACC_1A_1} - 2S_{AMC}$</p> <p>Ta có $S_{ACC_1A_1} = 4a^2\sqrt{5}$, $S_{AMC} = a^2\sqrt{5}$ nên $S_{AA_1M} = 2a^2\sqrt{5}$</p> <p>Từ đây ta tính được thể tích</p>	
V	<p>Áp dụng BĐT AM – GM ta có: $(x+1)(y+1)(z+1) \leq \left(\frac{x+y+z+3}{3}\right)^3$</p> <p>Đặt $t = x + y + z$ nên $M \geq \frac{1}{t+1} - \frac{27}{(t+3)^3}$, Xét hàm số $f(t) = \frac{1}{t+1} - \frac{27}{(t+3)^3}$, $t \geq 0$</p>	1,0